

Chapitre I

Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents à cinq phases

I.1. Introduction

C'est grâce au développement de la technologie des composants de l'électronique de puissance, et l'apparition des processeurs numériques à fréquence élevée et à forte puissance de calcul, que les moteurs synchrones à aimants permanents à cinq phases (MSAP5PH) au même titre que tous les moteurs synchrones à aimants permanents (MSAP) deviennent de plus en plus attractifs et concurrents des moteurs asynchrones.

De plus la technologie évolue avec les aimants permanents qu'ils soient à base d'alliage ou à terre rares. Ce sont surtout les terres rares (Samarium-Cobalt et Néodyme-Fer-Bore) qui sont performants. Cela leur a permis d'être utilisés comme inducteur dans les machines synchrones offrant ainsi beaucoup d'avantages, entre autres, une faible inertie et un couple massique élevé. Par ailleurs, les avantages des machines à aimants permanents sont leur rendement élevé, la haute vitesse, un environnement propre, un fonctionnement de longue durée. Le fait de ne pas utiliser les collecteurs mécaniques ou les contacts glissants leur permet de travailler dans les milieux les plus difficiles et d'avoir un faible coût d'entretien [3-4].

C'est ainsi que le moteur synchrone polyphasé peut être très utile dans de nombreuses applications, comme :

- La production d'électricité,
- La propulsion des véhicules électriques et la propulsion des sous-marins,
- Les applications de l'énergie éolienne.

Dans ce chapitre nous déduirons le modèle dans le repère de Park de la machine synchrone à aimants permanents à cinq phases à partir des équations générales.

I.2. Description de la machine synchrone à aimants permanents à cinq phases

Le terme de machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse de rotation du champ tournant du stator. Pour obtenir un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique est généré soit par des aimants, soit par un circuit d'excitation. La position du champ magnétique rotorique est alors fixée par rapport au rotor, ce qui impose le synchronisme entre le champ tournant statorique et le rotor ; d'où le nom de machine synchrone.

Le stator se compose d'un bobinage distribué sur cinq phases, tel que les forces électromotrices générées par la rotation du champ rotorique soient sinusoïdales ou trapézoïdales. Ce bobinage est représenté par les cinq axes (a, b, c, d, e) déphasés, l'un par rapport à l'autre, de 72° électriques.

Le rotor se compose d'aimants permanents. Les aimants permanents présentent l'avantage d'éliminer les balais et les pertes rotoriques, ainsi que la nécessité d'une source pour fournir le courant d'excitation. Cependant, on ne peut pas contrôler l'amplitude du flux rotorique. Il existe de nombreuses façons de disposer les aimants au rotor (Figure (I.1)).

– Aimants en surface

Les aimants sont montés sur la surface du rotor en utilisant des matériaux adhésifs à haute résistance. Ils offrent un entrefer homogène, le moteur est le plus souvent à pôles lisses. Ses inductances ne dépendent pas de la position du rotor (Figure (I.1-a)).

L'inductance de l'axe-d est égale à celle de l'axe-q. Cette configuration du rotor est simple à réaliser. Ce type de rotor est le plus utilisé. Par contre, les aimants sont exposés aux champs démagnétisant. De plus, ils sont soumis à des forces centrifuges qui peuvent causer leur détachement du rotor [5].

– Aimants insérés

Les aimants du type insérés aussi sont montés sur la surface du rotor. Cependant, les espaces entre les aimants sont remplis du fer (voir Figure (I.1-b)). L'alternance entre le fer et les aimants provoque l'effet de saillance. L'inductance de l'axe-d est légèrement différente de celle de l'axe-q. Cette structure est souvent préférée pour les machines trapézoïdale, parce que l'arc polaire magnétique peut être réglé afin d'aider à former les forces électromagnétiques [5-6].

– Aimants enterrés

Les aimants sont intégrés dans la masse rotorique (Figure (I.1-c)) : le moteur sera à pôles saillants. Dans ce cas, le circuit magnétique du rotor est anisotrope, les inductances dépendent

fortement de la position du rotor. Les aimants étant positionnés dans le rotor, ce type de moteur est plus robuste mécaniquement et il permet le fonctionnement à des vitesses plus élevées. D'autre part, il est naturellement plus cher à fabriquer et plus complexe à contrôler [5].

– *Aimants à concentration de flux*

Comme le montre la Figure (I.1-d), les aimants sont profondément placés dans lamasse rotorique. Les aimants et leurs axes se trouvent dans le sens circonférentiel. Le flux sur un arc polaire du rotor est contribué par deux aimants séparés. L'avantage de cette configuration est la possibilité de concentrer le flux généré par les aimants permanents dans le rotor et d'obtenir ainsi une induction plus forte dans l'entrefer. Ce type de machine possède de l'effet de saillance [2-4].

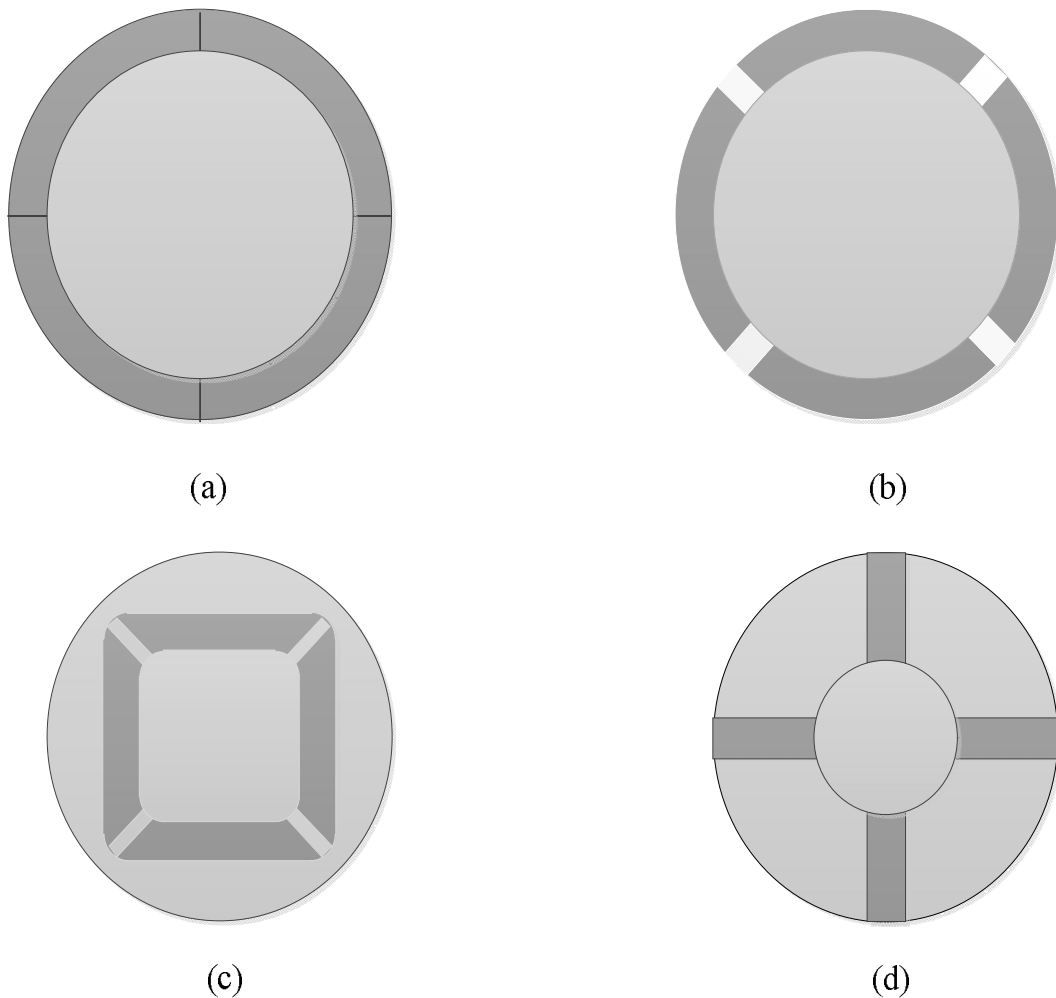


Figure (I. 1): Différentes dispositions des aimants permanents dans le rotor

(a) Aimants en surface, (b) Aimants insérés, (c) Aimants enterrés, (d) Aimants à concentration de flux

I.3. Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents à cinq phases

La modélisation est une méthode mathématique pour réduire la machine électrique en un simple système d'équations différentielles.

La représentation idéalisée d'une structure de la machine synchrone à aimants permanents à cinq phases est indiquée par la figure (I.2). Il est supposé que la saturation est négligée et que seul le fondamental du flux d'entrefer est pris en compte.

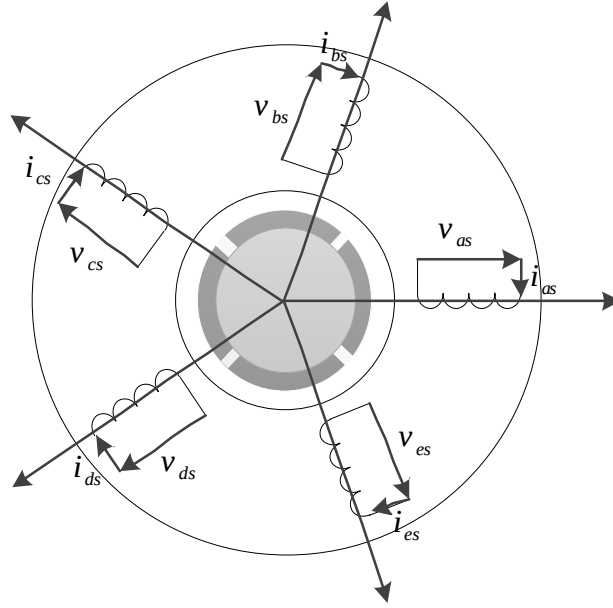


Figure (I. 2) :Schéma du moteur synchrone à aimants permanents à cinq phases

En général, les équations qui décrivent le comportement électrique de la machine sous forme matricielle sont exprimées comme suit:

I.3.a) Équation des tensions statoriques

Les équations des tensions des cinq phases statoriques sont exprimées par:

$$V_{abcde s} = R_s I_{abcde s} + \frac{d \phi_{abcde s}}{dt} \quad (I.1)$$

Avec :

$$I_{abcde s} = [i_{as} \quad i_{bs} \quad i_{cs} \quad i_{ds} \quad i_{es}]^t$$

$$V_{abcde s} = [v_{as} \quad v_{bs} \quad v_{cs} \quad v_{ds} \quad v_{es}]^t$$

$$\phi_{abcde s} = [\phi_{as} \quad \phi_{bs} \quad \phi_{cs} \quad \phi_{ds} \quad \phi_{es}]^t$$

En supposant que toutes les bobines du stator sont similaires, la matrice R_s est exprimée en fonction de la résistance de chaque bobine statorique r_s comme suit :

$$R_s = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_s \end{bmatrix}$$

I.3.b) Équation des flux statoriques

La forme matricielle de l'équation donnant les flux statoriques est donnée par :

$$\phi_{abcde} = L_{ss} I_{abcde} + \phi_f \quad (I.2)$$

Avec ϕ_f est le flux produit par les aimants, exprimé par :

$$\phi_f = \phi_m \begin{bmatrix} \sin(\theta_r) \\ \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) \\ \sin(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) \\ \sin(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) \\ \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) \end{bmatrix} \quad (I.3)$$

Où :

ϕ_m : Le module de flux produit par les aimants,

θ_r : La position du rotor.

La matrice d'inductance L_{ss} est une matrice symétrique de la forme :

$$L_{ss} = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} & M_{ad} & M_{ae} \\ M_{ba} & L_b & M_{bc} & M_{bd} & M_{be} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_c & M_{cd} & M_{ce} \\ M_{da} & M_{db} & M_{dc} & L_d & M_{de} \\ M_{ea} & M_{eb} & M_{ec} & M_{ed} & L_e \end{bmatrix} \quad (I.4)$$

Tel que :

L_x : L'inductance propre d'une phase statorique, avec $x=a, b, c, d, e$

M_{xx} : L'inductance mutuelle entre phases statoriques.

La matrice d'inductances peut être réécrite de la forme suivante :

$$L_{ss} = L_{\ell s} I - L(\theta_r) \quad (I.5)$$

Où, $L_{\ell s}$ est l'inductance de fuite,

Et $L(\theta_r)$ est une matrice d'inductances symétrique en fonction de la position du rotor θ_r elle est donnée par (I.6). Elle consiste en de deux parties. La première partie est une constante et la deuxième partie est fonction de la position du rotor.

$$L(\theta) = k a \pi \begin{bmatrix} 1 & \cos \frac{2\pi}{5} & \cos \frac{4\pi}{5} & \cos \frac{4\pi}{5} & \cos \frac{2\pi}{5} \\ \cos \frac{2\pi}{5} & 1 & \cos \frac{2\pi}{5} & \cos \frac{4\pi}{5} & \cos \frac{4\pi}{5} \\ \cos \frac{4\pi}{5} & \cos \frac{2\pi}{5} & 1 & \cos \frac{2\pi}{5} & \cos \frac{4\pi}{5} \\ \cos \frac{4\pi}{5} & \cos \frac{4\pi}{5} & \cos \frac{2\pi}{5} & 1 & \cos \frac{2\pi}{5} \\ \cos \frac{2\pi}{5} & \cos \frac{4\pi}{5} & \cos \frac{4\pi}{5} & \cos \frac{2\pi}{5} & 1 \end{bmatrix} +$$

$$k \frac{b\pi}{2} \begin{bmatrix} \cos 2\theta_r & \cos 2(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) \\ \cos 2(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) & \cos 2\theta_r \\ \cos 2(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) & \cos 2\theta_r & \cos 2(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) \\ \cos 2(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) & \cos 2\theta_r & \cos 2(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) \\ \cos 2(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) & \cos 2\theta_r & \cos 2(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) & \cos 2(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) \end{bmatrix} \quad (I.6)$$

Les paramètres "a" et "b" sont les coefficients d'entrefer, donnés par

$$a = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{g_a} + \frac{1}{g_b} \right), b = \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{g_a} - \frac{1}{g_b} \right) \quad (I.7)$$

Les paramètres g_a et g_b sont les longueurs d'entrefer représentées par la Figure (I. 3).

Le coefficient d'inductance est donnée par

$$k = \frac{4\mu_0 r l N^2}{\pi^2} \quad (I.8)$$

Avec

r : Le rayon intérieur du stator,

l : La longueur efficace de la pile du stator,

N : Le nombre d'enroulements de stator en série,

μ_0 : La perméabilité du vide

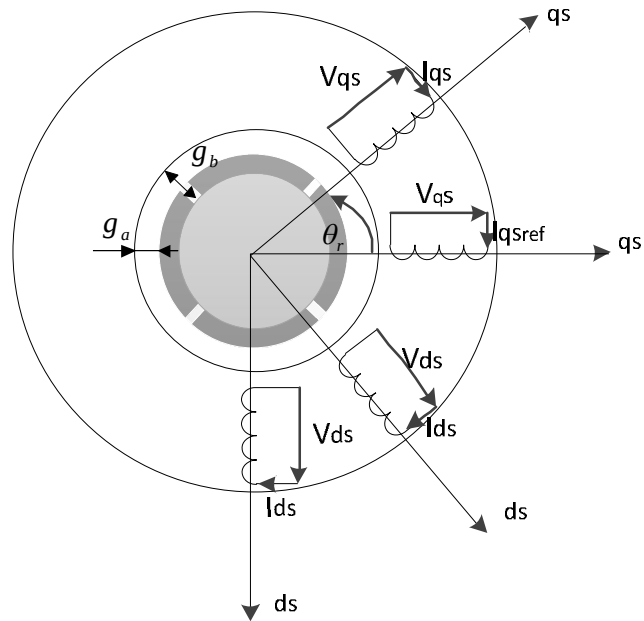


Figure (I. 4) : Représentation de l'entrefer dans une MSAP5PH

I.3.c) Transformation de Park

Il est clair que la matrice d'inductance varie en fonction de la position du rotor en raison de la structure saillante du rotor. Afin d'éliminer cette dépendance, une matrice de transformation est nécessaire, comme le montre la Figure (I. 5).

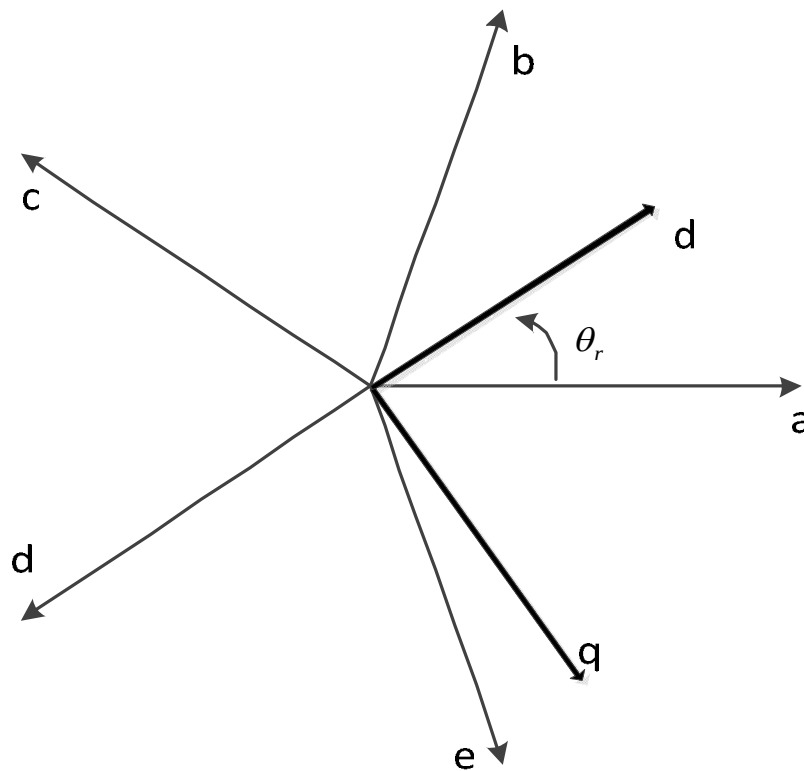


Figure (I. 6). Représentation de la transformation Park

A cause de la complexité et le non linéarité des équations précédentes, il est difficile de simuler le système, alors il est indispensable de transformer le système à cinq phases équilibré (a,b,c,d,e) en un système (d,q,D,Q,n) par la transformation de Park. Tel que :

$$F_{dqDQn} = T(\theta_r) F_{abcde} \quad (I.9)$$

Où, F peut être soit un vecteur tension, courant ou flux.

La matrice de transformation $T(\theta_r)$ est donnée par la matrice suivante :

$$T(\theta_r) = \frac{2}{5} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) & \cos(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) & \cos(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) \\ \sin \theta_r & \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) & \sin(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) & \sin(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) & \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) \\ 1 & \cos \frac{2\pi}{5} & \cos \frac{4\pi}{5} & \cos \frac{4\pi}{5} & \cos \frac{2\pi}{5} \\ 0 & \sin \frac{2\pi}{5} & \sin \frac{4\pi}{5} & \sin \frac{4\pi}{5} & \sin \frac{2\pi}{5} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (I.10)$$

Il est facile de prouver que cette matrice de transformation est pseudo-orthogonale en vérifiant la relation suivante :

$$T^{-1}(\theta_r) = \frac{5}{2} T^t(\theta_r) = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r & 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) & \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{5}) & \cos \frac{2\pi}{5} & \sin \frac{2\pi}{5} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) & \sin(\theta_r - \frac{4\pi}{5}) & \cos \frac{4\pi}{5} & \sin \frac{4\pi}{5} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) & \sin(\theta_r + \frac{4\pi}{5}) & \cos \frac{4\pi}{5} & \sin \frac{4\pi}{5} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) & \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{5}) & \cos \frac{2\pi}{5} & \sin \frac{2\pi}{5} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (I.11)$$

La transformation présentée en (I.10) peut être appliquée sur les équations des tensions de la machine à cinq phases données par (I.1). Les équations des tensions en fonction des flux statoriques dans le repère $(d-q-D-Q-n)$ sont données par :

$$\begin{aligned}
V_{ds} &= r_s i_{ds} + \omega \phi_{qs} + \frac{d \phi_{ds}}{dt} \\
V_{qs} &= r_s i_{qs} - \omega \phi_{ds} + \frac{d \phi_{qs}}{dt} \\
V_{Ds} &= r_s i_{Ds} + \frac{d \phi_{Ds}}{dt} \\
V_{Qs} &= r_s i_{Qs} + \frac{d \phi_{Qs}}{dt} \\
V_{ns} &= r_s i_{ns} + \frac{d \phi_{ns}}{dt}
\end{aligned} \tag{I.12}$$

Or, en utilisant la matrice de transformation $T(\theta_r)$ la matrice d'inductance peut être simplifiée comme :

$$L_{dqDQn} = T(\theta_r) L_{ss} T(\theta_r)^{-1} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{ls} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \tag{I.13}$$

Enfin, les inductances selon les axes d et q sont données par :

$$\begin{aligned}
L_d &= L_{ls} + L_{md} \\
L_q &= L_{ls} + L_{mq}
\end{aligned} \tag{I.14}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
L_{md} &= \frac{5}{2} k \pi \left(a + \frac{b}{2} \right) \\
L_{mq} &= \frac{5}{2} k \pi \left(a - \frac{b}{2} \right)
\end{aligned} \tag{I.15}$$

Donc l'équation (I.2) devint:

$$\phi_{dqDQn} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{ls} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_D \\ i_Q \\ i_n \end{bmatrix} + \phi_m \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{I.16}$$

I.3.d) Modèle en courant

Les équations des tensions statoriques dans le repère lié au rotor (d, q, D, Q, n) peuvent être exprimées en fonction des courants comme suit:

$$\begin{aligned}
V_{ds} &= r_s i_{ds} + \omega L_q i_{qs} + L_d \frac{di_{ds}}{dt} \\
V_{qs} &= r_s i_{qs} - \omega L_d i_{ds} + \omega \phi_m + L_q \frac{di_{qs}}{dt} \\
V_{Ds} &= r_s i_{Ds} + L_{ls} \frac{di_{Ds}}{dt} \\
V_{Qs} &= r_s i_{Qs} + L_{ls} \frac{di_{Qs}}{dt} \\
V_{ns} &= r_s i_{ns} + L_{ls} \frac{di_{ns}}{dt}
\end{aligned} \tag{I.17}$$

Les équations des tensions données par (I.17) sont schématisées par la figure (I. 7).

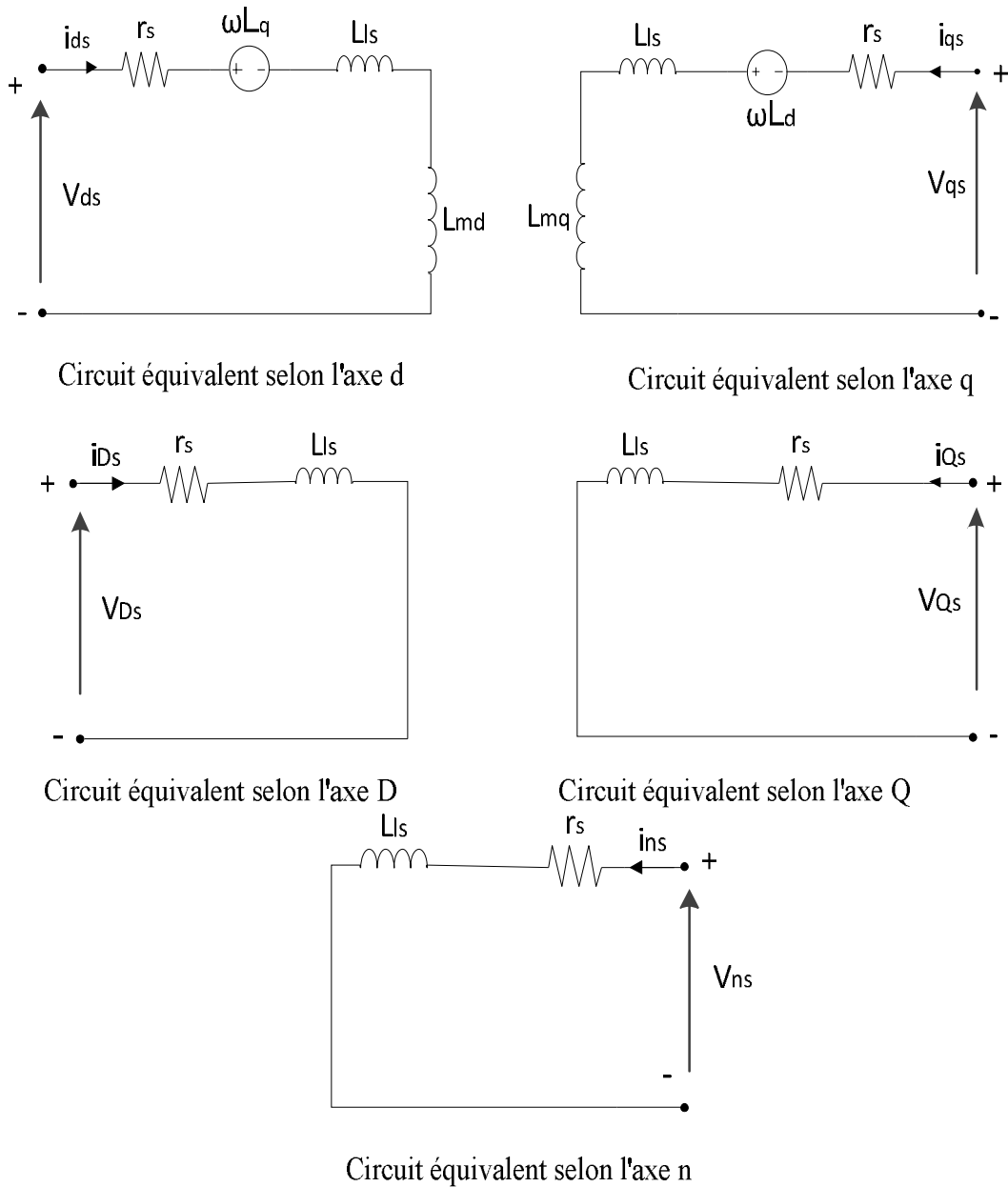


Figure (I. 7) : Circuits équivalents de MSAP5PH dans le repère dqDQn.

I.3.e) Equation mécanique

L'équation mécanique du mouvement dépend des caractéristiques de la charge, qui peuvent différer considérablement d'une application à l'autre. On suppose, pour simplifier, que le couple de charge ne se compose que d'un couple constant. L'équation de mouvement mécanique peut être simplement exprimée par :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - C_f \quad (I.18)$$

Où Ω est la vitesse angulaire du rotor, J l'inertie du rotor, $C_f = f \Omega$ le couple de frottement, C_r le couple de charge et C_{em} le couple électromagnétique produit par la machine.

I.3.f) Couple électromagnétique

Le couple électromagnétique C_{em} de la machine peut être donnée par :

$$C_{em} = \frac{\partial W_{co}}{\partial \theta_r} \quad (I.19)$$

Où : W_{co} est le Co-énergie.

Ce qui donne :

$$C_{em} = \frac{p}{4} I_{abcde}^t \frac{\partial L_{ss}}{\partial \theta_r} I_{abcde} + \frac{p}{2} I_{abcde}^t \frac{\partial \phi_m}{\partial \theta_r} \quad (I.20)$$

L'équation (I.20) peut être réécrite de la forme suivante :

$$C_{em} = \frac{p}{4} [T(\theta_r) I_{abcde}] \frac{5}{2} T(\theta_r) \frac{\partial L_{ss}}{\partial \theta_r} T(\theta_r)^{-1} [T(\theta_r) I_{abcde}] + \frac{p}{2} [T(\theta_r)^{-1} I_{dqDQns}]^t \frac{\partial \phi_m}{\partial \theta_r} \quad (I.21)$$

A partir de l'équation ci-dessus et à l'aide de la transformation de Park on obtient :

$$C_{em} = \frac{5p}{2} (\phi_m i_{qs} + (L_d - L_q) i_{ds} i_{qs}) \quad (I.22)$$

L'équation du couple électromagnétique en fonction des flux statoriques est donnée par

$$C_{em} = \frac{5p}{2} (\phi_{ds} i_{qs} - \phi_{qs} i_{ds}) \quad (I.23)$$

Ici, nous pouvons facilement voir l'effet du rotor sur le couple réductant. Plus le rapport de saillance L_d / L_q , est élevé le couple électromagnétique sera. En d'autres termes, afin d'augmenter la densité de couple et de l'efficacité de la MSAP5PH, le rapport de saillance L_d / L_q doit être élevé, et ainsi $(L_d - L_q)$ doit être élevé. Cependant, il existe une limite physique

à ce rapport, puisque la valeur maximale de L_d est l'inductance synchrone et la valeur minimale est de L_q est inductance de fuite du stator [8-9].

I.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents à cinq phases à partir des équations générales. Le modèle à cinq phases se réduit en modèle simplifié à l'aide de la transformation de Park.

Cependant, une régulation de la vitesse de la machine s'impose en particulier lorsqu'il s'agit d'un processus industriel exigeant une vitesse constante indépendamment de la variation de la charge.

Dans le chapitre suivant, le modèle de Park établi précédemment est exploité pour contrôler la vitesse de rotation de la machine synchrone à aimants permanents à cinq phases en moyennant de la technique de commande vectorielle.